

<数学科> (モデル授業)

矢印を分類する授業 ～ベクトルとは何か～

教諭 岩田 健明

はじめに

数学の問題は、ある程度複雑な問題なら、「解いてみたい」と思う。これまで勉強してきた公式や発想を道具に、この難問をどう解いてやろうか、という楽しさがある。しかし数学の授業で、新しい単元の導入時や、単純な計算練習のときは、単なる暗記や反復練習であるから、退屈でつまらない。だから、授業態度も受動的になる。

そこで今回は、ベクトルの導入時の授業で、最初から用語や記号の定義を説明する（例えば、「ベクトルとは“向き”と“大きさ”をもつ量である」と一方的に教える）のではなく、「ベクトルとは何か」ということを、生徒が自分たちで考える（定義する）ことはできないかと考えた。ベクトルは、誰でもなじみのある「矢印」で視覚的に表現できるから、「矢印とは何か」「矢印がもつ要素は何か」という問いからスタートし、「“向き”と“大きさ”をもつ量を“ベクトル”と名付ける」というゴールへ生徒を導くことに挑戦した。これができれば、このベクトルという新しい概念の中で、どんな面白い性質が成り立つのだろうと、興味を持って主体的にこの先の授業に取り組めるのではないかと期待している。

1 取組の概要

(1) 趣旨

ア 受動的になりがちな単元の導入の授業を、最初から講義形式で用語や記号を導入するのではなく、先に思考活動を行い、新しい概念に興味を持たせることにより、主体的に取り組めるようにする。

イ 今回はベクトルの単元の導入で、矢印の分類という思考活動を通して、矢印とは何かを考え、ベクトルの定義に結びつけた。

(2) 対象

2年3組理系 18人（男子：12人、女子：6人）

(3) 計画

ア 「ステップ1」として、9本の矢印（図1）を様々な基準で分類させる。

（例：縦の矢印、横の矢印、斜めの矢印で分類して⑨、⑤⑧、①②③④⑥⑦）

イ 「ステップ2」として、ステップ1で考えた数種類の分類方法を分類する。

（例：向きで分類しているものと、長さで分類しているものと、位置で分類しているものに分ける）

ウ ステップ1, 2の分類を通して、「矢印」には“向き”と“長さ（大きさ）”と“位置”の3つの要素があることに気づく。

エ 自然界には矢印で表せるものがたくさんあることを知る。（例：力、速度）

オ 矢印の、位置の違いを無視したものを“ベクトル”と名付ける。

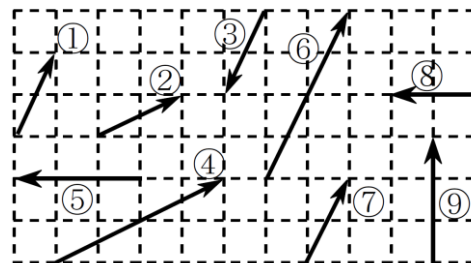


図1

(4) 方法

- ア まず、本時の目標が「矢印がもつ要素を考える」ことであることを伝える。
- イ ステップ1では、とにかく様々な基準で、たくさんの分類方法を考えるように指示した。そのことを強調するために、後で行う自己評価(図2)の項目にも目を通させる。

	A	B	C
①矢印の分類	8種類以上の分類方法を考えた。	4種類以上考えた。	3種類以下であった。
②分類基準の推測	7割以上正しく推測できた。	4割以上正しく推測できた。	4割未満であった。
③分類方法の分類	上手く分類できた。	もっと上手い方法があった。	できなかった。

図2 (自己評価)

- ウ その後、先に分類した結果(例えば⑨, ⑤⑧, ①②③④⑥⑦)だけを発表させ、「どのような基準で分類したのか(例えば、縦の矢印, 横の矢印, 斜めの矢印で分類)」を他の生徒に推測させる。ここが、1人で勉強するのではできない、学校の授業だからできるところであり、ある種「対話的」な活動であると思う。
- エ 8~10種類程度、分類方法が出たところでステップ2に入る。ここではステップ1のようにたくさん考えるのではなく、本時の目標である「矢印がもつ要素は何か」を意識してひとつ考えればよいと指示する。
- オ 個人思考の時間をとった後、周囲で相談させる。どのように分けたかを発表させる中で“向き”, “長さ”, “位置”というキーワードを拾い上げ、矢印にはこの3つの要素があることに気づかせる。
- カ 自然界には力や速度など、矢印で表現できるものがあり、位置が違って同じとする有用性を説明し、矢印の位置の違いを無視したものをベクトルと名付ける。
- キ 自己評価をし、授業の感想を書かせる。

2 研究内容

(1) ステップ1の矢印の分類について

- ア 1, 2種類はすぐに書けるが、それ以上はなかなか思いつかない生徒が多かったので、一度その時点で出ている分類方法を発表させ、分類基準を推測させ、実際の基準を発表者に確認した。すると、そこで出たアイデアをヒントに、たくさんの分類方法を思いついていた。
- イ 意外なことに、普段テストの点数がよい生徒より、そうでない生徒の方が多くの分類方法を思いついていた。
- ウ 発表された分類方法は
- | | | |
|---|-------------------|-----------------------|
| A | ⑨, ⑤⑧, ①②③④⑥⑦ | 縦, 横, 斜め |
| B | ①②③⑦, ④⑥, ⑤⑨, ⑧ | 長さ別 |
| C | ①⑤, ④⑦⑨, ⑧, ③⑥, ② | どこの壁に触れているか |
| D | ①③⑥⑦⑨, ②④⑤⑧ | 縦長, 横長 |
| E | ①②③⑧⑦, ④⑥, ⑤⑨ | 何マス使っているか |
| F | ①③⑥⑦, ②④, ⑤⑧, ⑨ | 傾き別 |
| G | ①②③⑧, ⑤④⑦⑨, ⑥ | 上半分にあるか, 下半分にあるか, 両方か |
| H | ①②④⑥⑦, ③, ⑤⑧, ⑨ | 右上, 左下, 左, 上 |

の8種類である。CやDなど、すでにベクトルの概念を知っている人間には思いつき難いものもあり面白かった(しかもCとDは早い段階で出た)。

(2) ステップ2の分類方法の分類について

ア ここが一番不安であったが、やはり多くの生徒は、意味がわからず手が止まっていたり、“向きで分けているもの”と“その他”に分けたりしていた。しかし中には（例えばADFH, BE, CGなど）“向き”“長さ”“位置”で分けている生徒も数名いた。

イ 生徒の口から“向き”“長さ”“位置”という言葉も出てきた。

(3) 感想について

次のような感想があった。

- ・なかなか矢印の分類方法を思いつけなかった。皆面白い分け方をされていて、すごいと思った。頭を柔らかくして考えられるようにしたい。
- ・矢印についてこんなに考えたことはなかった。向き、長さ、位置でできていることがわかって面白かった。
- ・ステップ2が難しかった。言われれば納得した。
- ・ベクトルの問題は、どんな問題があるのだろうと思った。

3 成果と課題

(1) 成果

感想の中には、ベクトルに興味を持ったと読み取れるものがいくつかあった。それが本心であれば、当初の狙い通りであり、上手くいったといえる。

また、普段テストでよい点数をとれる生徒が矢印の分類はあまりできなかつたり、逆に普段テストの点数をとれない生徒が結構できていたりした。つまり、「テストの点数」と「矢印の分類のでき」には相関がないように観察された。定期テストで点数がとれる生徒というのは、授業で先生の言うことをよく理解（インプット）し、真面目に問題集の問題をたくさん解き、その解説もよく理解（暗記）し、テストでそれを書ける生徒であって、今回の矢印の分類では、インプットなしで、自分で考えて分類しなければならないから、できなかったのではないかと思う。

矢印を分類するという事は、9本の異なる矢印の共通点や相違点を見つけ出すことである。そのためには「抽象化」をする必要がある。例えば、①と②は異なる向きの矢印だが、抽象化すれば「右上」や「斜め」として同じである。ステップ2の、分類方法を分類する作業は、さらにもう1段階抽象化して考えることになる。この「抽象化」は、数学の授業で養える重要な思考方法であると思う。そういう意味で、今回の活動は、今まであまりやってこなかった思考経験であり、価値があったと思う。

(2) 課題

感想の中にもあったが、分類させるのが難しかった。生徒は、なかなかアイデアを思いつけなくて皆苦戦していた。あまり活発に意見も出なくて、授業は盛り上がり欠けた。他の人のアイデアに触れて、ようやくそれをヒントに発想（連想）していた。しかしこれは、こういう思考の経験がないから、つまり単に慣れていないからできないという面もあると思うので、もっと経験を積ませることである程度解消できるのではないかと思う。

また、時間がかかる。合計で70分くらいかかった（1回の授業では終わらなかった）。膨大な学習事項がある現在のカリキュラムでは、すべての内容を網羅しようと思うと、授業の導入時のみに時間を使うのは苦しい。

おわりに

昨年度から、授業の仕方を変えてきた。初めは、グループ活動を行い、教師—生徒間の対話だけでなく、生徒—生徒間の対話を取り入れた。確かに効果があり、特に成績下位層は授業に向かう姿勢も変わったし、成績も向上した。しかし成績上位層は、いつも他の生徒より先に理

解して、わからない生徒に説明するだけであった。もちろん、説明することで自分の頭の中が整理でき、相手にわかりやすく説明する表現力を磨くことにもなると思う。しかし、結局いつも、わかる生徒がわからない生徒へ説明する形になっていて、これでは「教師→生徒」だったのが、「生徒→生徒」に変わっただけで、ある意味で一方的な教え込みから脱却できていないと思った。

問題を解くのでは、どうしてもこの構図になってしまうので、問題を解くこと以外の部分に注目した。そこで考えたのが、今回の「分類」である。分類方法に唯一の正解はないから、自由に考えて複数の答えを出せる。数学でこういったことは珍しいのではないだろうか。しかも今回のような内容なら、既習事項や習熟度に影響されないから、全員が同じスタートラインに立っている。結果的に、上述のように予想外の生徒が活躍し、普段とは全く異なる生徒間の関係になった。

「主体的・対話的で深い学び」を生徒にさせるために、これからも様々な方法を考え、試していきたい。

参考書籍 ・相馬一彦

『「主体的・対話的で深い学び」を実現する！ 数学科「問題解決の授業」ガイドブック』（明治図書出版株式会社）

資料 【数学科 03】